INVERSIÓN DE NÚMEROS

Los Números de 3 Cifras Decrecientes en 1 y el Número 198.

Escríbase un número de tres cifras decrecientes en 1, por ejemplo, 765; inviértanse las cifras: 567; efectúese la resta de esos dos números: 765 – 567 = 198. Se obtendrá siempre el mismo número, 198.

Este resultado se explica fácilmente. En efecto, si n es la cifra de las unidades del número dado la de las decenas es $n+1$ y la de las centenas, $n+2$.

Expresando dicho número mediante sus unidades simples, resulta:

$$100(n + 2) + 10(n + 1) + n$$

Análogamente, para el número que se obtiene al invertir las cifras del primero, resulta:

$$100\,n + 10(n + 1) + (n + 2)$$

restando de la primera expresión esta última, tenemos:

$$100n + 200 + 10(n + 1) + n - 10\,n - 10(n + 1) - n - 2 = 200 - 2 = 198$$

Los Números de 3 Cifras y el Número 1089

Escríbase un número de tres cifras, la primera y la última diferentes, por ejemplo, 825; inviértase el orden de las cifras, 528, y luego efectúese la resta de esos dos números: 825 – 528 = 297.

Agréguese a esta diferencia el número que resulta de invertir sus cifras: 297 + 792 = 1089.

Se tendrá siempre el mismo número, 1089.

Para explicar este resultado, sean a, b, c las cifras de las centenas, decenas y unidades simples, respectivamente, y supongamos sea a mayor que c; tendremos:

El número elegido es $100a + 10b + c$.

El número invertido es $100c + 10b + a$.

Restando del primer número el segundo, tenemos:

$$100(a - c) + c - a,$$

que puede escribirse así:

$$100\,(a - c - 1) + 90 + (10 + c - a)$$

El número invertido será, pues:

$$100\ (10 + c - a) + 90 + (a - c - 1)$$

y sumando estas dos últimas expresiones, resulta:

$$100\ (10 - 1) + 90 + 90 + 10 - 1 = 1089$$

LOS CUADRADOS MÁGICOS

Si dividimos un cuadrado en cierto número de casillas, también cuadradas, y en cada una de ellas colocamos un número, sin repetición, de modo de obtener siempre la misma suma en cada fila, en cada columna y también en cada diagonal, se tendrá así un *cuadrado mágico*.

6	1	8
7	5	3
2	9	4

(figura *a*)

Por ejemplo, en el cuadrado mágico de la (Figura *a*), la suma constante referida es 15; así, sumando en filas horizontales, tenemos:

$$6 + 1 + 8 = 7 + 5 + 3 = 2 + 9 + 4 = 15$$

Sumando en columnas verticales:

$$6 + 7 + 2 = 1 + 5 + 9 = 8 + 3 + 4 = 15$$

Sumando en diagonal:

$$6 + 5 + 4 = 8 + 5 + 2 = 15$$

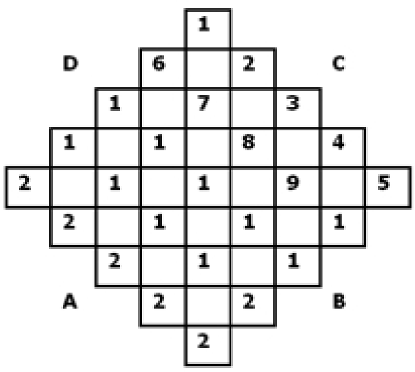
Los antiguos Magos de Persia eran médicos, pretendían curar enfermedades aplicando a la parte enferma un cuadrado mágico, siguiendo el conocido principio de medicina: *primum non nocère*, o sea, primer principio: no dañar.

El número de filas, y, en consecuencia, de columnas que tiene un cuadrado mágico se llama *orden* del mismo. La suma constante de los números de una fila, o de una columna o de una diagonal se llama *constante* del cuadrado mágico. En el ejemplo anterior el orden es 3, y la constante 15.

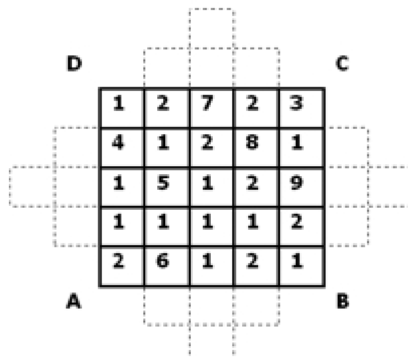
No puede formarse un cuadrado mágico de orden 2.

Cuadrados Mágicos Impares

(Son los de orden impar). - Para construir un cuadrado mágico impar, por ejemplo de orden 5, se empieza por construir un cuadrado *A B C D* con 25 casillas, (figura *b*); luego, sobre cada lado, que ya tiene 5 casillas, se agregan, en este caso, filas de 3 y de 1 casilla. Se escribe entonces en la casilla más alta el número 1, y descendiendo hacia la derecha, en el sentido diagonal, los números 2, 3, 4, 5. Después de esto se escribe 6 en la casilla situada a la izquierda y debajo del 1, siguiendo en diagonal, 7, 8, 9, 10. Luego, siguiendo siempre el mismo procedimiento, se escriben los números 11, 12, 13, 14, 15, que completan una diagonal; análogamente, 16, 17, 18, 19, 20, y finalmente, 21, 22, 23, 24, 25.



(figura ***b***)



(figura ***c***)

Para llenar los vacíos del cuadrado *A B C D*, (figura *b*), se escriben todos los números que se encuentran en las casillas adicionales, empleando la siguiente regla:

Todo número, sin salir de su columna vertical o fila horizontal, se colocará en la casilla vacía más alejada de la que ocupa, cuidando de comenzar la operación por las bandas adicionales más próximas al cuadrado.

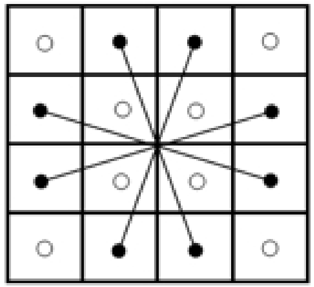
En la (figura *c*) presentamos el cuadrado mágico de orden 5 así obtenido.

Cuadrados Mágicos Pares

(Son los de orden par). - Estos cuadrados son generalmente difíciles de construir, salvo el de orden 4. Para este caso disponemos en un cuadrado de 16 casillas, y, en su orden natural, los 16 primeros números, (figura *d*). Dejando luego fijos los números de las diagonales, permutamos entre si los otros ocho de la forma indicada en la (figura *e*). El cuadrado obtenido, (figura *f*), será mágico, siendo su módulo 34.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(figura *d*)



(figura *e*)

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

(figura *f*)

Cuadrados Mágicos Diabólicos

Se llaman así a los cuadrados mágicos que, además de tener una suma constante en los *2 (n + 1)* modos habituales modos habituales de sumar, siendo *n* el orden del cuadrado, se puede obtener dicha suma de muchos otros modos, regulares o *geométricos*.

15	10	3	6
4	5	16	9
14	11	2	7
1	8	13	12

(figura *g*)

Así, por ejemplo, en el cuadrado de la (figura *g*), la constante 34 se puede obtener agrupando cuatro sumandos, de 86 modos; 70 de ellos tienen *disposición geométrica, simétrica de a pares*, como indicamos en las 34 primeras de la (figura *h*), obtenidos uniendo en forma de cuadrilátero cerrado, los 4 números de cada combinación. Seis son simples, son las últimas de la (figura *h*). Las otras 10 son las habituales en columna, fila y diagonal.

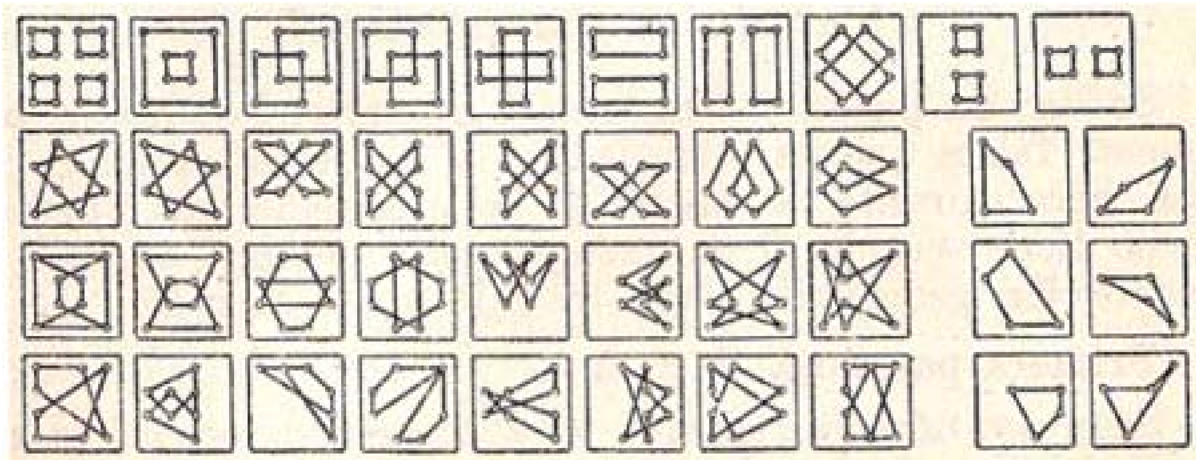
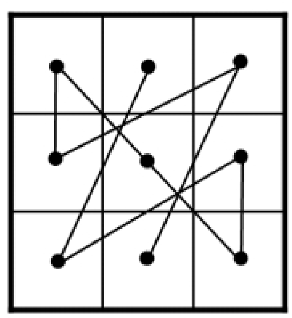


Figura h

Diagramas Geométricos

De Cuadrados Mágicos

Si en un cuadrado mágico unimos con rectas los números que lo forman en su orden natural, se obtiene una línea poligonal, que tiene como extremos el número menor y el mayor, respectivamente; dicha poligonal caracteriza al cuadrado.



(Figura *i*)

Muy a menudo esas líneas constituyen un dibujo elegante, que pueden servir como procedimiento mnemotécnico para recordar la formación del cuadrado.

Así, por ejemplo, para el cuadrado mágico de orden 3, (figura *a*), obtenemos el diagrama geométrico que indicamos en la (figura *i*).

Otro diagrama geométrico interesante es el del cuadrado mágico de orden 8, dibujado en la (figura *k*).

14	15	62	63	2	3	50	51
13	61	16	1	64	49	4	52
60	12	17	32	33	48	53	5
59	18	11	34	31	54	47	6
19	58	35	10	55	30	7	46
20	36	57	56	9	8	29	45
37	21	22	23	42	43	44	28
38	39	40	41	24	25	26	27

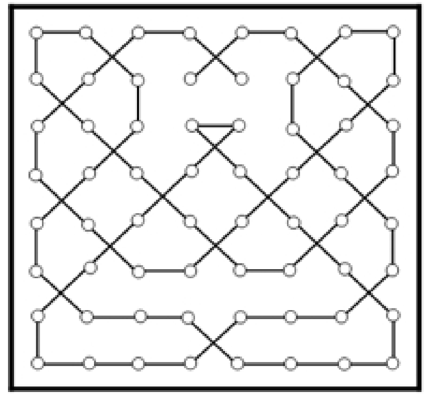


Figura k

NOTA. - Resulta también muy interesante la construcción de polígonos y poliedros mágicos. Para el lector que se interese por este tópico recomendamos las obras de Ghersi, Boucheny, Gratz, etc.