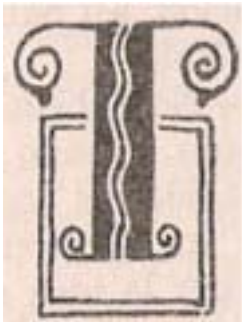




CAPÍTULO XX

En el cual Beremís da la segunda clase de Matemática. Número y sentido del mismo. Las diferentes definiciones de número. Los guarismos. Los sistemas de numeración. Numeración decimal. El cero. Oímos nuevamente la voz de la alumna invisible. El gramático Doreid, cita un poeta.



Terminada la refección, a una señal del sheik Iezid, se levantó el calculista. Había llegado la hora establecida para la segunda clase de Matemática. La "alumna invisible" ya se hallaba esperando al profesor. Después de saludar al príncipe y a los sheiks que conversaban en el salón, Beremís, acompañado de una esclava se encaminó hacia el aposento preparado para la lección.

Me levanté yo también, y acompañé al calculista, ya que tenía autorización para asistir a las lecciones dadas a la joven Telassim.

Uno de los presentes, el gramático Doreid, amigo del dueño de la casa, también deseó oír la lección y, dejando la compañía del príncipe Cluzir Schá, nos siguió. Doreid era un hombre de mediana edad, muy alegre, de rostro anguloso y expresivo.

Atravesamos una suntuosa galería tapizada con gobelinos y, guiados por una esclava circasiana de esplendorosa belleza, llegamos, al fin, a la sala de Matemática. El primitivo cortinado rojo que ocultaba a Telassim había sido sustituido por otro azul que tenía en el centro un gran heptágono estrellado.

	८	३	५	८
		३	५	
1	८	३	५	८
2	९	९	९	८
1	८	५	५	८
1	८	३	५	९
			५	
>	५	३	५	८
1	८	५	५	८
1	८	५	५	८

Resulta interesante observar las diversas formas dadas a las cifras usuales al correr de los siglos. En el cuadro de arriba podemos observar, a partir de la primera columna de la izquierda, los guarismos 1, 2, 3, 4 y 5.

En la primera fila, las cifras son apenas iniciales de las palabras del sánscrito (antiguo idioma de los brahmanes). En la tercera fila aparecen las primitivas cifras hindúes. En las dos últimas filas se ven las usadas hasta principios del siglo XVI.

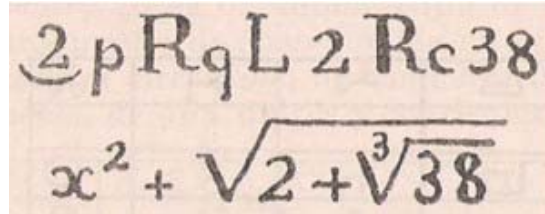
El gramático Doreid y yo nos sentamos a un costado de la sala, cerca de la ventana que abría al jardín, Beremís se acomodó como la primera vez, bien en el centro, sobre un amplio cojín de seda. A su lado, sobre una mesita de ébano, había un ejemplar del Corán. La esclava circasiana, de confianza del sheik Iezid, y otra persa, de ojos dulces y sonrientes, se apostaron junto a la puerta. El egipcio, encargado de la guardia personal de Telassim, se recostó indolente contra una columna.

८	३	५	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८
८	५	८	८

Este cuadro muestra la evolución de las formas atribuidas a los guarismos 6, 7, 8 y 9 durante treinta siglos. Es interesante hacer notar que el número 8 (ocho) es el único que se mantuvo más o menos constante durante ese largo período de tiempo. El 9 (nueve) tomó la forma que presenta actualmente a partir del siglo XV.

Después de la oración, así habló Beremís:

- No sabemos, señora, cuando la atención del hombre fue despertada por la idea de número. Las investigaciones hechas por los filósofos se remontan a los tiempos que solo se perciben a través de las nebulosas del pasado.



En 1579 el matemático italiano Bombelli incluyó en su Álgebra un conjunto completo de notaciones con las que pretendió simplificar el cálculo y facilitar las operaciones algebraicas. La raíz cuadrada era representada por las letras R, q, colocadas antes del radicando, y la raíz cúbica por un símbolo análogo R, c. nos muestra la figura adjunta, en la primera línea una expresión algebraica escrita por Bombelli y, debajo, la misma expresión escrita con símbolos modernos. Dejó de ser incluida la letra p (signo de adición) antes de la segunda R.

Los que estudian la evolución del número demuestran que, entre los hombres primitivos, ya estaba la inteligencia humana dotada de lo que llamaremos el "sentido de número". Esta facultad permite reconocer, de manera puramente visual, si un conjunto de objetos fue aumentado o disminuido, o sea, si sufrió modificación numérica.

No se debe confundir el *sentido de número* con la facultad de contar. Solo la inteligencia humana es capaz de poseer el grado de abstracción que permite contar, mientras que el sentido de número es observado entre muchos animales.

Algunos pájaros, por ejemplo, sin contar los huevos que dejan en el nido, pueden distinguir *dos de tres*. Ciertas avispas llegan a distinguir *cinco de diez*.

Los salvajes de una tribu del norte de África conocían todos los colores del *arco-iris* y designaban cada uno por su nombre. Pues bien, esa tribu no conocía la palabra correspondiente al *color*. Así también, muchos idiomas primitivos presentan palabras para designar, *uno, dos, tres,...* etc., y no encontramos, en esos idiomas, un vocablo especial para designar el *número*, de un modo general.

Yo tuve ocasión de verificar, al hacer una excursión a país de Hadjad, que el número cuatro, entre los habitantes de Barnhein¹, era designado por dos nombres distintos: "Cvart" y "arab'ah". El primero era empleado en la evaluación de perlas, y el otro al contar dátiles, camellos, ovejas, etc.

Pitágoras consideraba el número como la esencia de todas las cosas.

Aristóteles decía: "El número es el movimiento acelerado o retardado."

Para muchos filósofos el concepto numérico se presenta como "la ciencia del tiempo absoluto."²

El número puede, también, ser definido como la repetición sucesiva de la unidad³.

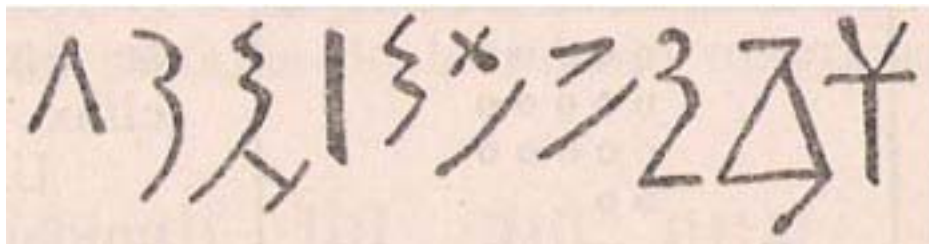
Muchas son las definiciones formuladas sobre el concepto de número. Sin embargo, ninguna de ellas satisface al espíritu del matemático. Citaré seis de esas definiciones:

- 1) Número es la expresión que determina una cantidad de cosas de la misma especie.
- 2) Número es la representación de la pluralidad.
- 3) Número es la pluralidad medida con la unidad.
- 4) Número es el resultado de la medida de una magnitud.
- 5) Número es una colección de objetos de cuya naturaleza hacemos abstracción.
- 6) Número es un símbolo creado por el espíritu humano para caracterizar los diferentes estados de una verdad científica.⁴

Será preferible, señora, no interesarnos por la definición rigurosa de un número, pues tal concepto no parece tener definición.⁵

¿Cuál es el origen del número?

Siendo el número un concepto de relación, es bien claro que el número surgió de una comparación entre un grupo de objetos y uno de esos objetos aislados. Caminando por el desierto, el beduino ve una caravana de camellos. ¿Cuántos son? Para definir ese "cuántos", debe emplear los números. El número será, pues, la pluralidad definida bajo la forma de una palabra o de un símbolo.



Las notaciones simbólicas empleadas por los matemáticos han sufrido profundas modificaciones a través de los siglos. La figura adjunta representa una ecuación algebraica escrita por los sabios egipcios dos o tres milenios antes de Cristo. Esa ecuación, en símbolos actuales, es la siguiente:

$$x/2 + x/4 + x = 10$$

El primer signo de la izquierda indica "mitad de x".

Para llegar a ese resultado precisa el hombre poner en ejercicio cierta actividad, esto es, precisa contar.

Al contar relaciona cada conjunto con un determinado símbolo:

uno, dos, tres...

o sea, establece una correspondencia entre la serie numérica y los objetos del conjunto que procura contar.

Para la representación de un número cualquiera con pocos signos, era necesario inventar un *sistema de numeración*.

El más antiguo sistema de numeración es el *quinario*, en el cual las unidades se agrupan de cinco en cinco.

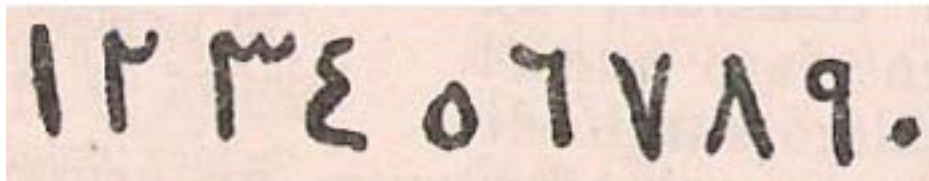


En el primitivo sistema quinario el número de discos arriba indicado sería 32.

Una vez contadas cinco unidades obteníamos una colección llamada *quina*. Así 8 unidades sería una quina más 3, y escribiríamos 13. Es más importante decir que en este sistema el segundo guarismo de la izquierda valía 5 veces más que si estuviese en el primer lugar. Los matemáticos dicen, por consiguiente, que la *base de ese sistema* era 5.

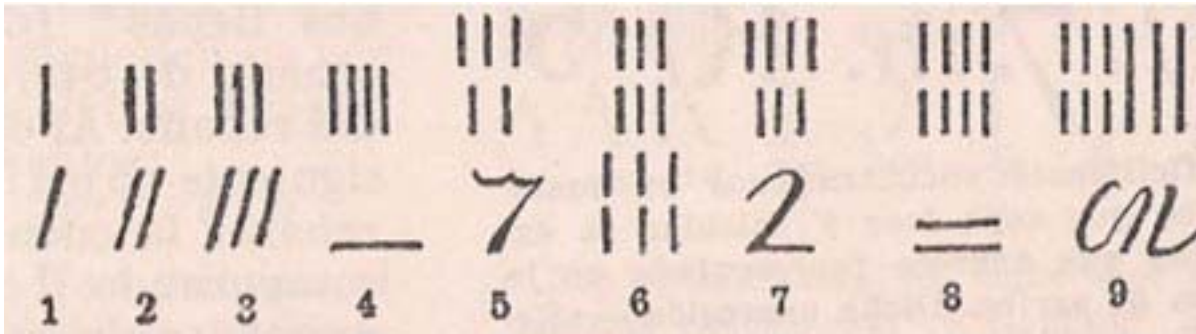
Se encuentran vestigios de dicho sistema en los poemas antiguos.

Otro de los sistemas empleados, fue el de base 20, por el cual se designa al número ochenta por la expresión cuatro veintes. ⁶



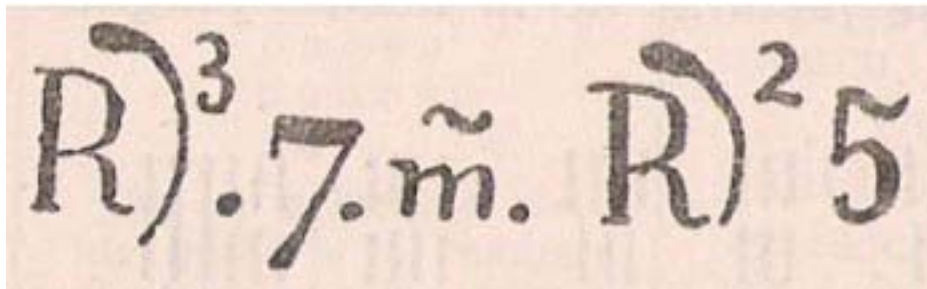
Los árabes usaron guarismos que diferían bastante de los actuales. Así podemos observar que el cinco árabe era un pequeño círculo, mientras que el cero se representaba por un punto.

Surgió después, señora, el sistema de base 10, que se prestaba más para expresar grandes cantidades. El origen de ese sistema se explica por el número de dedos de la mano. Algunos pueblos, sin embargo, demostraban preferencia por un sistema que tenía por base el número 12 (una docena). La *docena* presenta sobre la *decena* una gran ventaja: el número 12 tiene más divisores que el número 10. ⁷



Las de la figura son las diversas formas presentadas por los números egipcios desde 1 hasta 9. "En la numeración escrita de los egipcios el 10 era representado por una herradura; 100 por una hoja de palemira enrollada en espiral; 1000 por una flor de loto, símbolo del Nilo, a quien debían la fertilidad del suelo; 10000 por un indicador; 100000 por un "embrión de rana", porque las ranas eran encontradas en gran cantidad, en la primera faz de su vida, en el lodo que las aguas del Nilo arrastraban durante el período de las inundaciones."

El sistema decimal fue, no obstante, universalmente adoptado. Desde el tuareg que cuenta con los dedos hasta el matemático que maneja instrumentos de cálculo, todos contamos de 10 en 10. Dadas las divergencias profundas entre los pueblos, semejante universalidad es sorprendente; no puede jactarse de lo mismo ninguna religión, código moral, forma de gobierno, sistema económico, principio filosófico o artístico, lenguaje, ni alfabeto alguno. Contar es uno de los pocos tópicos en torno al cual los hombres no divergen, pues lo consideran lógico y natural.



Difícilmente encontraremos un matemático que sepa leer y calcular la expresión que aparece representada en la figura de arriba. Dicha expresión – afirma Rouse Ball – fue incluida, junto con muchas otras, en una obra notable de Nicolás Churquet publicada en 1854. Vemos abajo la misma expresión por medio de notaciones modernas.

$$\sqrt[3]{7 - \sqrt{5}}$$

Observando las tribus salvajes y el modo de vivir de los niños, es obvio que los dedos son la base de nuestro sistema numérico; por ser 10 los de ambas manos es que comenzamos a contar hasta ese número y basemos todo nuestro sistema en grupos de 10.

Nárrase que un pastor, que necesitaba estar seguro que tenía todas sus ovejas al anochecer, tuvo que exceder, al contar su rebaño, a la primera decena. Contaba las ovejas que desfilaban por frente a él, doblando un dedo por cada una, y cuando tenía doblados diez dedos, apartaba un guijarro plano. Terminada la tarea, los guijarros⁸ representaban el número de "manos llenas" (decenas), de ovejas del rebaño. Al día siguiente podía rehacer la cuenta comparando los montones de guijarros.

Luego se le ocurrió a algún cerebro propenso a lo abstracto, que se podía aplicar aquel proceso a otras cosas útiles, como los dátiles, el trigo, los días, las distancias y las estrellas. Y haciendo marcas, en lugar de apartar guijarros, se creó el sistema de *numeración escrita*. Todos los pueblos adoptaron en su lenguaje hablado, el sistema decimal; los otros sistemas fueron abolidos y relegados. Mas, la adaptación de tal sistema a la numeración escrita sólo se hizo muy lentamente.

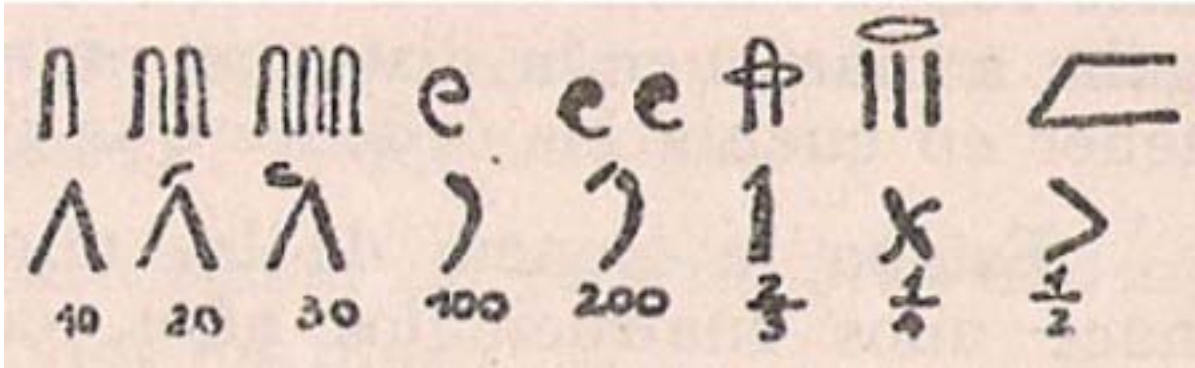
Fue necesario el esfuerzo de varios siglos para que la humanidad descubriese una solución perfecta al problema de la representación gráfica de los números.

Para representarlos, imaginó el hombre caracteres especiales llamados guarismos, representando cada uno de esos signos los vocablos: *uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve*. Otros signos auxiliares, tales como *d, c, m*, etc., indicaban que el guarismo que acompañaba representaba *decena, centena, millar*, etc. Así, un matemático antiguo representaba el número 9765 por la notación 9m, 7c, 6d, 5. Los fenicios, que fueron los grandes comerciantes de la antigüedad, en vez de letras usaban acentos:

$$9''' 7'' 6' 5.$$

Los griegos, al principio no adoptaron ese interesante sistema. A cada letra del alfabeto, acompañada de un acento, le atribuían un valor; así la primera letra (alfa) era el 1; la segunda letra (beta) era el 2; la tercera letra (gama) era el 3, y así por consiguiente, hasta el número 19. El 6 era la excepción: ese número se representaba por un signo especial (estigma).

Combinando, después, las letras dos a dos, representaban 20, 21, 22, etc.



Son interesantes las notaciones matemáticas encontradas en el papiro Rhind escrito por el sacerdote egipcio Ashmesu – o mejor Ahmés – "hijo de un rey llamado Ra – a – us". Los egiptólogos, después de largos y cuidadosos estudios, descubrieron que el trabajo del sabio Ahmés fue hecho cerca de 20 siglos antes de Cristo.

El número 4004 era representado, en el sistema griego, por dos guarismos; el número 2022 por tres guarismos diferentes; el número 3333 era representado por 4 guarismos que diferían por completo unos de otros.

Prueba de menor imaginación dieron los romanos, conformándose con tres caracteres, I, V y X, para formar los diez primeros números, y con los caracteres L (cincuenta), C (cien), D (quinientos), M (mil), que combinaban con los primeros.

Los números escritos en guarismos romanos eran así de una complicación absurda, y se prestaban tan mal a las operaciones elementales de la Aritmética, que una simple adición era un tormento.

Con la escritura rúnica, la adición podía, en realidad, hacerse en el papel (antes en el papiro, porque no se conocía el papel), disponiendo los números, unos debajo de otros, de tal suerte que los guarismos con el mismo valor formasen columna, lo que obligaba a mantener la distancia entre los guarismos para tener en cuenta los órdenes que faltaran.

Estaba la ciencia de los números en este estado hace unos cuatrocientos años, cuando un hindú, de quien la historia no conservó el nombre, imaginó emplear un carácter especial, el cero⁹, para indicar, con un número escrito, la ausencia de toda unidad de determinado orden. Gracias a esta invención, todos los signos, índices y letras, volviéronse inútiles; quedaron solamente los nueve guarismos y el cero. La posibilidad de escribir un número cualquiera por medio de diez caracteres fue el primer milagro del cero.

Los geómetras árabes se apoderaron de la invención del hindú y notaron que, agregando un cero a la derecha de un número, se elevaba, automáticamente, el orden decimal a que pertenecían sus diferentes guarismos. Veremos en la próxima clase (¡Si Alah lo quiere!)

cuáles son las principales operaciones o transformaciones que podemos efectuar con los números y las propiedades que éstos presentan.

Calló Beremís. Había terminado la segunda clase de Matemática.

Oímos entonces, entonados por la voz cristalina de Telassim, los siguientes versos:

"Dadme ioh Dios! Fuerzas para volver mi amor fértil y útil.

Dadme fuerzas para no despreciar jamás al pobre ni doblar la rodilla ante el poder insolente.

Dadme fuerzas para elevar mi espíritu bien alto sobre las futilidades de todos los días.

Dadme fuerzas para que me humille con amor delante de ti.

No soy más que un jirón de nube de otoño, vagando por el cielo, ioh, mi Sol glorioso!

Si es tu deseo y gusto, tómallo, píntalo de mil colores, irísalo de oro, hazlo fluctuar al viento, espárcelo por el cielo en múltiples maravillas

Y después, si fuera tu deseo terminar, por la noche, ese juego, desaparecería

desvaneciéndome en la tiniebla, o tal vez en una sonrisa de alborada, transparente de frescura y de pureza."

- Es admirable –balbuceó a mi lado, el gramático Doreid.

- Sí -asentí-. La Matemática es admirable.

- ¡Qué Matemática ni que nada! –protestó mi poco oportuno vecino-. No vine aquí para oír esa historia inacabable de números y guarismos. Eso no me interesa. Califiqué de admirable la voz de Telassim.

Y como quedase asombrado delante de aquella ruda franqueza, él añadió:

- Siempre pensé que al permanecer en esta sala, durante la clase, pudiese ver el rostro de la joven. Dicen que es hermosa como la cuarta luna de Ramadán.

Y se levantó canturreando bajito:

"Si no tienes ganas de llenar tu cántaro, si prefieres dejarlo flotando en el agua, ven, ven a sentar tu pureza en mi lago.

La ladera está verde, y las flores de mi campo son tantas que no pueden contarse. Se te irán tus pensamientos por tus ojos negros, como pájaros que vuelan de sus nidos, y tu velo se te caerá a tus pies.

Ven, ven a mi lago, si no tienes ganas de llenar tu cántaro.

Si, harta de tus otros juegos, quieres jugar con el agua, ven, ven a mi lago.

Deja tu manto azul en la orilla, que el agua azul te esconderá. Y las olas se pondrán de puntillas por besar tu cuello y suspirar en los oídos.

Ven, ven a mi lago, si quieres jugar con el agua.

Si te has vuelto loca y quieres morir, ven, ven a mi lago.

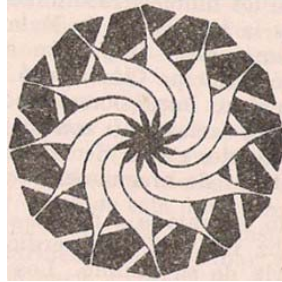
Mi lago es frío y no tiene fondo; oscuro como un sueño sin sueños. Allá abajo, noches y días son iguales, y toda canción es silencio.

Ven, ven a mi lago, si te has vuelto loca y quieres morir.”¹⁰

Dejamos con melancolía y quieta la sala llena de luz.

Noté que Beremís no tenía más en el dedo el anillo que había ganado en la posada el día de nuestra llegada. ¿Había perdido su joya predilecta?

La esclava circasiana miraba vigilante, como si temiese el sortilegio de algún “djín” invisible.



¹ Importante centro de comercio de perlas.

² Hamilton.

³ Kant.

⁴ Definiciones dadas por matemáticos famosos: 1. Baltzer; 2. Kambly; 3. Schuler; 4. Brenner; 5. Boutroux; 6. Sodré da Gama.

⁵ Existen, en Matemática, varios conceptos que no tienen definición. *Magnitud, espacio, recta, superficie, etc.*

⁶ En francés (quatre vingh).

⁷ Divisores de 12: 12, 6, 4, 3, 2 y 1. Divisores de 10: 10, 5, 2 y 1.

⁸ *Guijarro*, en latín, es *cálculi*.

⁹ La palabra cero, viene del árabe *sifr*, vacío, que es la traducción del sánscrito *sunia*. El vocablo *sifr* se tradujo por *cifra*. La forma cero se originó en dos vocablos *zefu* y *zéfiro*, siendo esta última encontrada en una obra de Leonardo Pizano, geómetra notable que vivió en el siglo XII.

¹⁰ Esos versos son de Tagore.